

Introducción

Hasta aquí solo tuvimos un acercamiento a la metodología de la prueba de hipótesis. La prueba de hipótesis estadística no es otra cosa que un procedimiento para tomar una decisión bajo incertidumbre sobre la validez de la hipótesis nula usando la evidencia de los datos de una muestra. Significa que estamos dimensionando si la diferencia obtenida entre el valor hipotético poblacional y el valor real del estadístico muestral es significativa o no. Desafortunadamente, esta diferencia no es tan evidente la mayor cantidad de las veces como para que automáticamente rechacemos o no la hipótesis nula. Como en la mayoría de las decisiones importantes de la vida real, las soluciones claras no son la regla sino la excepción. En esta lectura estudiaremos los riesgos en la toma de decisiones bajo la metodología de prueba de hipótesis.

1. Caso: campaña electoral

En el interior de la provincia de San Juan está realizándose una campaña electoral debido a que muy pronto se elegirá el intendente de una ciudad. Ellos suponen que el intendente actual, por su gestión y por el mapa electoral de la Ciudad, ganará las elecciones si obtiene más del 45 % de los votos. Se le encarga a una consultora que realice una encuesta sobre la intención de voto de los ciudadanos. La consultora toma una muestra aleatoria de los empadronados en esa ciudad y se dispone a realizar la encuesta.

- Plantea la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.
- Explica con tus palabras, en relación al ejemplo, cuándo se cometería un error Tipo I y un error tipo II.
- ¿Qué tipo de prueba es?

2. Errores tipo I y II

Algunos ejemplos para analizar

Puesto que trabajamos bajo incertidumbre, es claro que con cualquier decisión que tomemos siempre existen probabilidades de cometer errores.

Como presentamos en las analogías de las pruebas de hipótesis en la lectura 1, la decisión estadística tiene asociados riesgos o errores derivados de tomar una decisión incorrecta.

- Analicemos la analogía del juicio a un individuo. Hay dos situaciones que reflejarían errores: si el acusado es culpable y se lo declara inocente, como también si el acusado es inocente y se lo declara culpable. Es decir, en un principio es un presunto inocente hasta que se demuestre o no lo contrario.

La hipótesis que se pone a prueba es la hipótesis nula, entonces:

H_0 : es inocente

La hipótesis alternativa es la investigación en sí para adquirir pruebas que contrasten la hipótesis nula, entonces:

H_1 : es culpable.

Ten siempre presente que *la hipótesis nula es un supuesto para ser rebatido, mientras que la alternativa es una hipótesis de investigación.*

Los dos errores que pueden cometerse son:

- que se decida rechazar la H_0 , declararlo culpable, cuando en realidad H_0 , es verdadera. Es decir, se declararía culpable a un inocente. A este error se lo denomina *tipo I*.
- Que se decida no rechazar la H_0 , cuando esta es falsa. Es decir no rechazar su inocencia (declararlo inocente), cuando en realidad es culpable. A este error se lo denomina *tipo II*.
- Otro ejemplo no menor es el caso de un investigador médico que desea comparar la efectividad de dos medicamentos.

Hipótesis nula: los dos medicamentos tienen la misma eficacia.

Hipótesis alternativa: los dos medicamentos no tienen la misma eficacia.

Error tipo I:

Un tipo de error, Tipo I, se produce si el investigador rechaza la hipótesis nula, cuando en realidad es verdadera. Es decir concluye que los dos medicamentos no tienen la misma eficacia cuando en realidad la eficacia de ambos es la misma.

Error tipo II:

El otro error, Tipo II, se produce si el investigador no rechaza la hipótesis nula cuando en realidad es falsa. Es decir, concluye que los medicamentos tienen la misma eficacia cuando en realidad son diferentes.

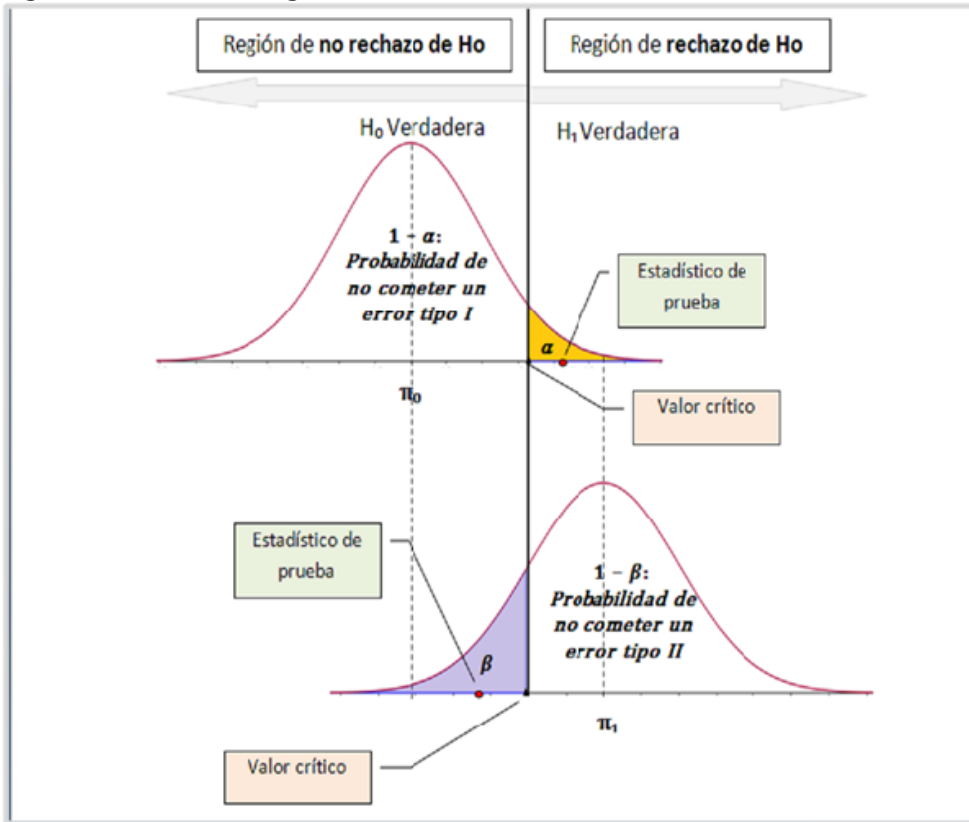
¿Cuál de los dos errores te parece más grave?

En realidad los dos son graves, pero si tenemos que analizarlo en general pareciera que, en este caso, el error tipo I es menos grave ya que, si los medicamentos tienen la misma eficacia, podría considerarse que el error no es muy grave, porque de todos modos los pacientes se beneficiarían con el mismo nivel de eficacia independientemente del medicamento que tomen.

En cambio en el error Tipo II, se puede poner en riesgo la vida de los pacientes si se pone en venta el medicamento menos efectivo en lugar del medicamento más efectivo.

Igualmente cada caso debe ser analizado y el investigador debe controlar, de alguna manera estos errores, como estudiaremos más adelante.

Figura 1: Caso del investigador médico



Fuente: elaboración propia.

Se presentan las cuatro opciones posibles que pueden darse al tomar una decisión a partir de un test de hipótesis, teniendo las evidencias muestrales. Observa que, a pesar de contar con evidencias, pueden cometerse errores.

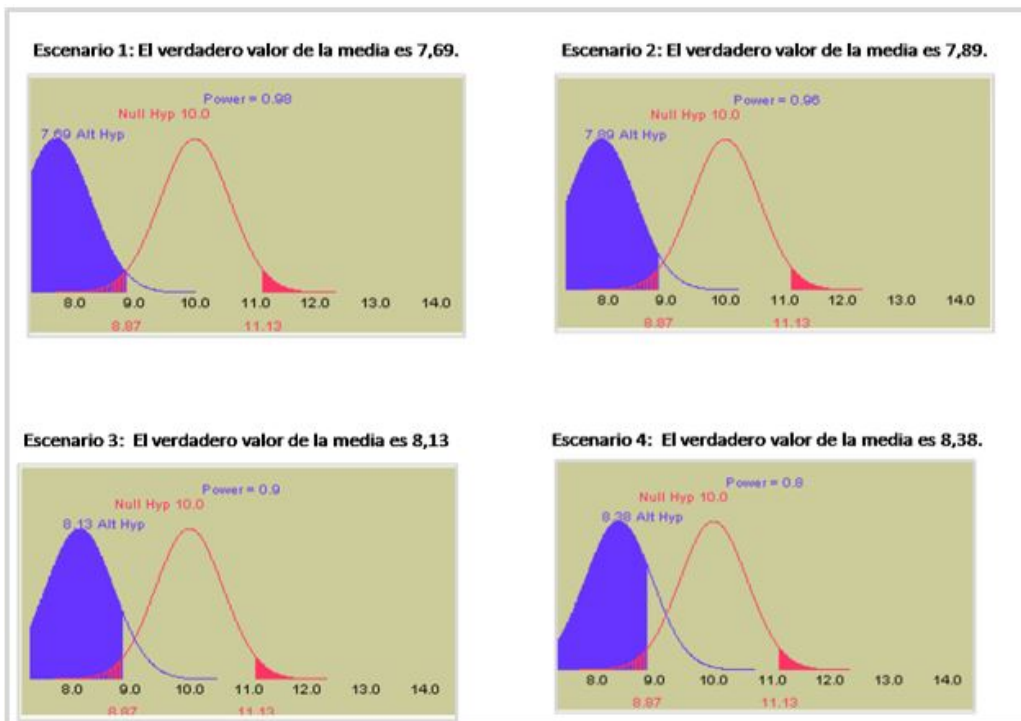
Tabla 1: Comparación de la efectividad de dos medicamentos

Comparación de la efectividad de dos medicamentos		Realidad de la población	
		H_0 es Verdadera <i>Tienen la misma eficacia</i>	H_0 es Falsa <i>no tienen la misma eficacia</i>
Decisión del médico basada en la muestra	No rechazo H_0 <i>Tienen la misma eficacia</i>	OK	ERROR (Tipo II)
	Rechazo H_0 <i>no tienen la misma eficacia</i>	ERROR (tipo I)	OK

Fuente: Elaboración propia

Observa que no rechazar la H_0 cuando es verdadera es una decisión correcta, lo mismo que rechazar la H_0 cuando es falsa.

Figura 2: Riesgos que pueden encontrarse en las decisiones de una prueba de hipótesis



Fuente: Elaboración propia con la herramienta de simulación provista por <http://www.seeingstatistics.com/seeing1999/resources/opening.html>

Descripción de la figura 2: se muestran las cuatro opciones descritas en la *figura 1* y se indican las probabilidades asociadas a cada una de ellas. Es importante que te fijas en las probabilidades de cometer errores.

Probabilidades asociadas a cada decisión

Veremos a continuación que las cuatro opciones tienen una probabilidad asociada. Explicaremos los conceptos de cada una y las relaciones que hay entre ellas.

A fin de clarificar el tema, presentamos el siguiente cuadro

Tabla 2: Rechazar y no rechazar H_0

	Estado de la naturaleza	
Decisión	H_0 cierta	H_0 falsa
No rechazar H_0	Decisión correcta	Decisión incorrecta
	Probabilidad asociada: Coficiente de confianza: $1-\alpha$	Probabilidad asociada: Riesgo: β
Rechazar H_0	Decisión incorrecta	Decisión correcta
	Probabilidad asociada: Nivel de significación: α	Probabilidad asociada: Potencia de la prueba: $1-\beta$

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones:

- Ninguna prueba de hipótesis es 100 % cierta; puesto que la prueba se basa en probabilidades, siempre existe la posibilidad de llegar a una conclusión incorrecta.

- Si realizas una prueba de hipótesis, puedes cometer dos tipos de error: tipo I y tipo II.
- Los riesgos de estos dos errores están inversamente relacionados: es decir que cuando uno crece el otro disminuye.
- Ambos errores se determinan según el nivel de significancia (α) y la potencia de la prueba (β)
- Por lo tanto, antes de realizar la prueba, debes determinar qué error tiene consecuencias más graves para la situación que se esté investigando.

Para resumir los principales conceptos

- Se comete el *error tipo I*, cuando la hipótesis nula es cierta, pero se la rechaza (esto ocurre cuando la evidencia de la muestra indica que es inverosímil nuestra hipótesis, lo cual nos lleva a tomar esa decisión incorrecta).
- El *error tipo II* está implicado en el no rechazo de la hipótesis nula cuando esta es falsa. Si bien debería ser rechazada, también a instancias de un valor muestral no tan alejado, se toma una decisión incorrecta.
- El *coeficiente de confianza* ($1-\alpha$) indica la probabilidad de no rechazar la H_0 cuando esta es verdadera.
- El *nivel de significación* (α) es la probabilidad de cometer el error tipo I, es decir, de rechazar la H_0 cuando esta es verdadera.
- El *riesgo* (β) es la probabilidad de cometer un error tipo II o, lo que es lo mismo, de no rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa.
- La *potencia de la prueba* ($1-\beta$) es la probabilidad de rechazar la H_0 cuando esta es falsa.

Luego:

Las probabilidades α y β están relacionadas, de manera que si una de ellas disminuye, la otra aumenta. Por ello, la manera de disminuir ambos riesgos es aumentar el tamaño de la muestra.

“Es crucial que se comprenda la importancia de estos dos errores y lo que cada uno representa, ya que ambos desempeñan un papel en la determinación del tamaño óptimo de un experimento, una consideración crítica del diseño” (Petrie and Watson, 2013).

Aplicación al caso de la campaña electoral

Planteamos en primer lugar las hipótesis nula y alternativa. Recuerda que la H_0 es la hipótesis que se pone a prueba sobre el parámetro de una población y la H_1 es la que se pone bajo investigación.

$H_0: \pi \leq 0,45$

$H_1: \pi > 0,45$

Donde π es la proporción poblacional, es decir, el parámetro del cual hemos hecho un juicio provisorio.

A modo de repaso, y para que vaya quedando más firme la metodología de la prueba de hipótesis, expliquemos los pasos que se realizan después:

Como estudiamos en la lectura 1, a este paso le sigue un criterio de decisión sobre los resultados obtenidos en la muestra. ¿A partir de qué valor de p muestral se tomará la decisión de rechazar o no la hipótesis nula? Para esto tendremos que adoptar algún test o prueba, que veremos en la próxima lectura, pero que va a depender de la distribución de muestreo que se considere.

En este caso, la distribución de muestreo apropiada es la de la proporción $\left(\underline{p}; \sigma_{\underline{p}}\right)$ que, como dijimos, no es nuestro objetivo calcularla ahora, solo estamos haciendo un repaso de la metodología de la prueba de hipótesis.

En nuestro ejemplo el estadístico muestral será p : personas que indicaron que votarían al intendente actual en la próxima elección.

Este estadístico nos proporcionará el valor crítico que estamos buscando.

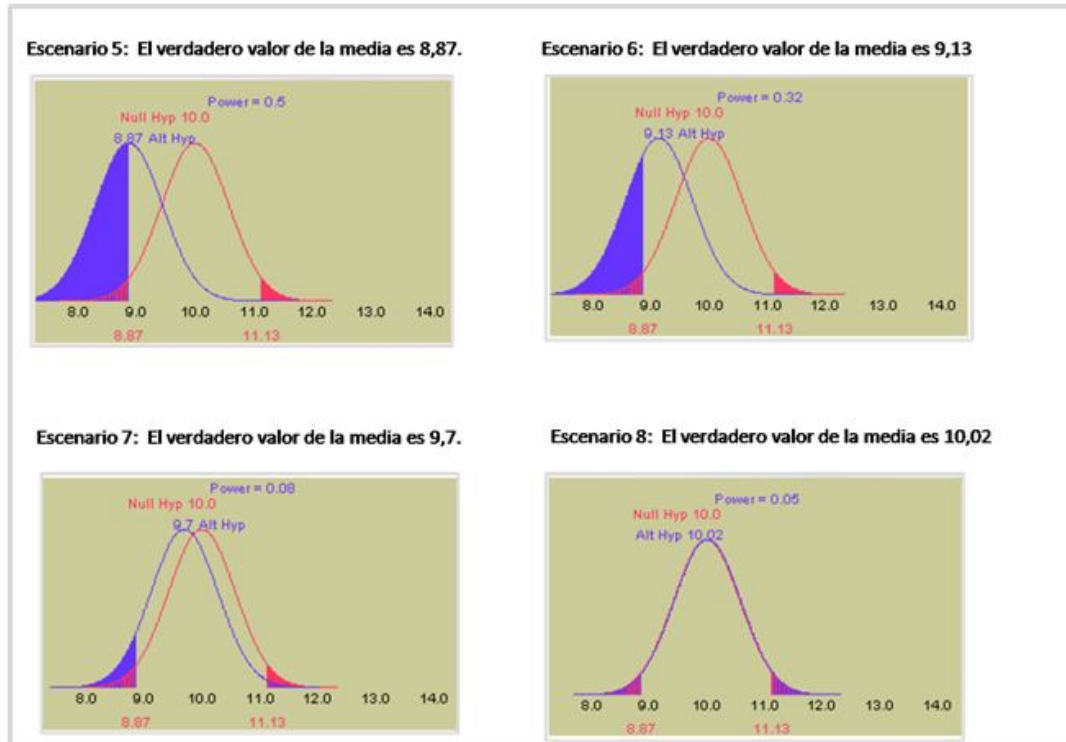
Después de establecer este valor crítico, se determinarán las zonas de rechazo y no rechazo de la H_0 .

Después se definen las reglas de decisión para determinar en cuál de las dos regiones se posiciona el valor muestral.

Luego de analizar gráficamente la situación, responderemos la segunda parte del caso de la votación, explicando qué tipos de errores pueden cometerse y qué significa cada uno.

Interpretación gráfica de estos errores

Figura 3: interpretación gráfica de los errores I y II



Fuente: Elaboración propia con la herramienta de simulación provista por

<http://www.seeingstatistics.com/seeing1999/resources/opening.html>

Descripción de la figura 3: se muestran las distintas probabilidades de cometer errores I y II, teniendo en cuenta la distribución de probabilidades de cada una de las hipótesis.

- Las dos curvas son de la distribución de muestreo para la proporción.
- La distribución de la parte superior representa la distribución de muestreo del estadístico proporción p (p) cuando la hipótesis nula es verdadera, es decir, la muestra proviene de una población con media π_0 .
- La curva de la parte inferior representa la distribución del estadístico $\frac{p}{p}$, cuando se cumple una hipótesis alternativa H_1 , por ejemplo, $\pi_1 > \pi_0$.
- Las regiones de rechazo y no rechazo de H_0 siempre se definen con referencia a la distribución que supone que H_0 es verdadera.
- La probabilidad de que un estadístico caiga en la región de rechazo de H_0 cuando H_0 es verdadera, se llama nivel de significancia y se designa con α .
- α es la probabilidad de cometer el error tipo I.
- La probabilidad de error tipo II, es decir, la probabilidad de no rechazar H_0 cuando es falsa, está localizada bajo la curva donde se cumple H_1 , pero a la izquierda del valor crítico, es decir, en la frontera de la zona de aceptación de H_0 .

- Para este caso, observamos que la probabilidad del error tipo I, α , es menor que la probabilidad de cometer un error tipo II, que es β .
- Entonces, cuando tratamos de reducir la probabilidad de cometer el error tipo I, aumenta la probabilidad de cometer el error tipo II.
- La única manera que tiene el investigador de disminuir ambos tipos de errores a la vez consiste en aumentar el tamaño de la muestra.
- Como se puede ver en el esquema, a cada decisión que se tome se encuentra asociada la posibilidad de cometer un error.
- Un procedimiento de este tipo sería óptimo cuando la probabilidad de cometer un error sea pequeña, cualquiera sea la decisión que se adopte.
- Lamentablemente, en la mayoría de los tests de hipótesis solo es posible controlar una de ellas con la circunstancia agravante de que estos errores son competitivos, es decir, cuando se disminuye mucho la probabilidad de uno aumenta la probabilidad del otro.

3. El equilibrio entre el nivel de significancia (α) y la potencia de la prueba (β)

Estas dos probabilidades requieren un delicado equilibrio. Así lo expresan los autores del texto básico:

Una forma de reducir la probabilidad de cometer un error tipo II consiste en aumentar el tamaño de la muestra. Por lo general, las muestras grandes permiten detectar incluso diferencias pequeñas entre valores hipotéticos y parámetros poblacionales. Para un nivel de α dado, aumentar el tamaño de la muestra reducirá β y así se incrementará el poder de la prueba para detectar que la hipótesis nula H_0 es falsa. Sin embargo, siempre existe un límite para sus recursos, y esto afectará la decisión de qué tan grande debe ser la muestra tomada. De esta forma, para un tamaño dado de la muestra, usted debe considerar las comparaciones entre los dos tipos de errores posibles. Como el riesgo del error tipo I se controla directamente, este se reducirá seleccionando un valor más pequeño para α . Por ejemplo, si son considerables las consecuencias negativas asociadas con un error tipo I, puede seleccionar $\alpha = 0.01$ en lugar de 0.05. Sin embargo, cuando α se reduce, β aumenta, por lo que reducir el riesgo de un error tipo I tiene como resultado un aumento en el riesgo del error tipo II. Por otra parte, si desea reducir β , puede seleccionar un valor mayor para α . Por lo tanto, si es importante tratar de evitar un error tipo II, habrá que seleccionar una α de 0.5 o 0.10 en lugar de 0.01. (Levine, Krehbiel, Berenson, 2006, p. 276)

Actividades de repaso de lecturas

¿Qué tipo de errores se pueden cometer en una prueba de hipótesis?

No rechazar una hipótesis nula que es falsa.

Rechazar una hipótesis nula que es falsa.

Rechazar una hipótesis nula que es verdadera.

No rechazar una hipótesis nula que es verdadera.

Potencia de una prueba

Recuerda que:

La potencia de la prueba es la sensibilidad que esta tiene para detectar situaciones en las cuales corresponde rechazar la hipótesis nula por ser esta falsa. Es la probabilidad de no cometer un error tipo II.

Error tipo II: no rechazo de la hipótesis nula cuando esta es falsa.

Intuitivamente, se puede comprender que es más alta esta probabilidad (potencia de la prueba) a medida que más alejada está la hipótesis nula de la realidad: mientras más distanciado sea el valor que se postula en la hipótesis nula referido al parámetro del que realmente tiene, es más probable que la evidencia muestral nos señale el error. Por el contrario, cuando el valor que se postula en la hipótesis nula está

próximo (aunque no exacto) al verdadero, la evidencia muestral nos confundirá, ya que en muchos casos caerá el estadístico muestral en la zona de no rechazo.

Cálculo de la potencia de la prueba

Es importante saber calcular la potencia de la prueba en una investigación.

El ejemplo que pondremos está relacionado con los gráficos que están más abajo. Plantearemos el siguiente ejemplo:

- $H_0: \mu=10$
- $H_1: \mu \neq 10$
- La prueba es bilateral.
- Trabajaremos con un nivel de significancia de 0,05, con una muestra $n=100$.
- Utilizaremos una distribución normal, con estadístico z .
- Con estos datos el valor del z crítico es $\pm 1,96$
- Otro dato que se tiene es la desviación estándar poblacional: 5,765

Nuestro objetivo en este apartado es determinar primero el valor de β y luego fácilmente obtendremos el valor de la potencia de la prueba: $1 - \beta$

- Como β es una probabilidad y gráficamente se visualiza en una de las colas de la curva de la hipótesis alternativa cierta (ver figura 3), delimitada por el valor crítico de z obtenido gracias al nivel de significación α , seleccionado por el investigador. Vamos a calcular bajo H_0 cierta el valor de la variable aleatoria correspondiente al z crítico calculado anteriormente.
- Para ellos utilizamos la fórmula del estadístico de prueba z y despejamos

$$\underline{x}: Z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu = \underline{x} \rightarrow \underline{x} = \pm 1,96 \cdot \frac{5,765}{\sqrt{100}} + 10 \rightarrow \underline{x} = \pm 1,13 + 10$$

- Midamos ahora α y β .
- El valor de α seguirá siendo 0,05. Pero como dijimos anteriormente este límite define el área ocupada por β y gráficamente es una de las colas de la curva de la hipótesis alternativa verdadera. Entonces podemos escribir que bajo H_1 cierta:
- Entonces, llevado a valores de la variable aleatoria, la zona de no rechazo de H_0 está delimitada por 8,87 y 11,13.
- Vamos a suponer que el valor verdadero de la media es 7,89, evidentemente queda en la zona de rechazo de H_0 .
- Y suponemos también que bajo H_1 verdadera el valor de la media es 7,89.

$$Z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{8,87 - 7,89}{\frac{5,765}{\sqrt{100}}} = \frac{0,98}{0,5765} = 1,7$$

- Buscamos en la tabla de la normal y la probabilidad acumulada es $P(z < 1,7) = 0,9554$. Para calcular la cola superior de H_1 cierta, calculamos: $1 - 0,9554 = 0,0446$, que corresponde a la cola superior.
- Por lo tanto, su complemento: 0,9554 es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa. Es decir, de tomar la decisión correcta: rechazar la H_0 cuando realmente es falsa.
- Este ejemplo corresponde al escenario N° 2 de la secuencia de cuadros que se mostraron anteriormente.

El siguiente ejemplo está elaborado teniendo en cuenta la distribución de la media muestral, en una prueba de hipótesis para la media poblacional. El sitio

<http://www.seeingstatistics.com/seeing1999/resources/opening.html>

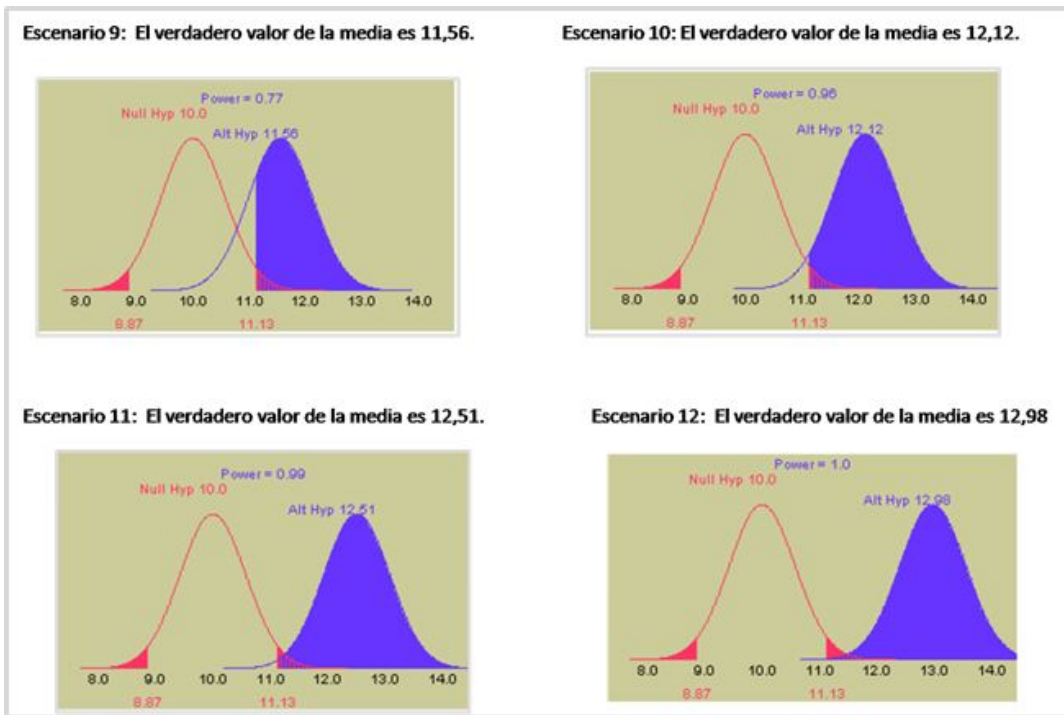
permite ver cómo varía la potencia de la prueba para diferentes escenarios que suponemos referidos al verdadero valor de la media poblacional.

Como permiten ver los paneles gráficos de las siguientes páginas, en los casos en los cuales el verdadero valor está alejado de lo hipotetizado, la probabilidad de rechazar la hipótesis nula es alta. La potencia de la prueba está identificada como el área sombreada de azul en cada una de las figuras. Las áreas sombreadas de rojo corresponden a la significación (que tiene una probabilidad α) y se grafican en la distribución que supone que la hipótesis nula es cierta.

La probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa se ilustra en la distribución correspondiente a cada verdadero valor alternativo (asociado con ese escenario en particular).

En todos los casos, se supone en la hipótesis nula que la media poblacional es igual a 10.

Figura 4: Secuencia de cuatro (de 9 a 12) escenarios de cómo varía la media muestral para una prueba de hipótesis de una media poblacional; con la consecuente variación de las áreas de la potencia de la prueba y el nivel de significación. Insert your text here



Fuente: Elaboración propia con la herramienta de simulación provista por <http://www.seeingstatistics.com/seeing1999/resources/opening.html>

Descripción de la Figura 4: permite ver cómo varía la potencia de la prueba –área en azul- para diferentes escenarios que suponemos referidos al verdadero valor de la media poblacional (en este caso hemos tomado $\mu=10$), para poder mostrar la variación de la potencia de la prueba. Se comienza con una media muy alejada a la poblacional y al acercarse a la media poblacional, la potencia de la prueba disminuye.

Sinteticemos la información del ejemplo en una tabla donde se consignen los valores de la potencia.

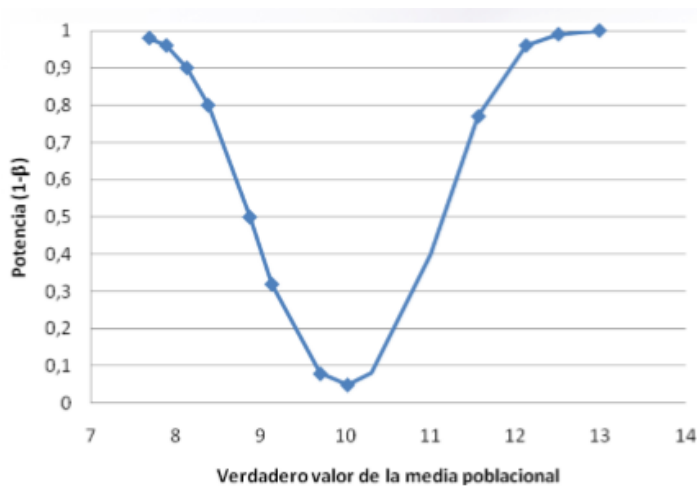
Tabla 3: Relación entre el verdadero valor del parámetro y la potencia

Escenario	Verdadero valor de la media poblacional	Potencia
1	7,69	0,98
2	7,89	0,96
3	8,13	0,90
4	8,38	0,80
5	8,87	0,50
6	9,13	0,32
7	9,7	0,08
8	10,02	0,05
9	11,56	0,77
10	12,12	0,96
11	12,5	0,99
12	12,98	1

Fuente: elaboración propia

La relación descrita en la tabla anterior puede representarse en un gráfico que se denomina curva de potencia. El gráfico presenta un mínimo en el valor correspondiente al que se postula en la hipótesis nula. La potencia en ese caso es igual a la significación.

Figura 5. Curva de potencia



Fuente: elaboración propia

A continuación se sugiere leer el siguiente artículo:



Fuente: Salvador, E. (2018) I. Error tipo I y II. II. Nivel de significancia. III. Intervalo de confianza. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. Recuperado de <https://eliasnutri.files.wordpress.com/2018/10/clase-6-error.pdf>

La potencia de la prueba disminuye cuando H_0 está muy alejada del verdadero valor del parámetro.

Verdadero.

Falso.

Clasificación de las pruebas de hipótesis

Como hemos explicado anteriormente, las pruebas de hipótesis pueden ser de uno o dos extremos (unilaterales o bilaterales). Esto dependerá del planteo de la hipótesis nula, en función de la cual la zona de rechazo se ubicará en uno de los extremos o se distribuirá entre ambos.

Observa los siguientes ejemplos:

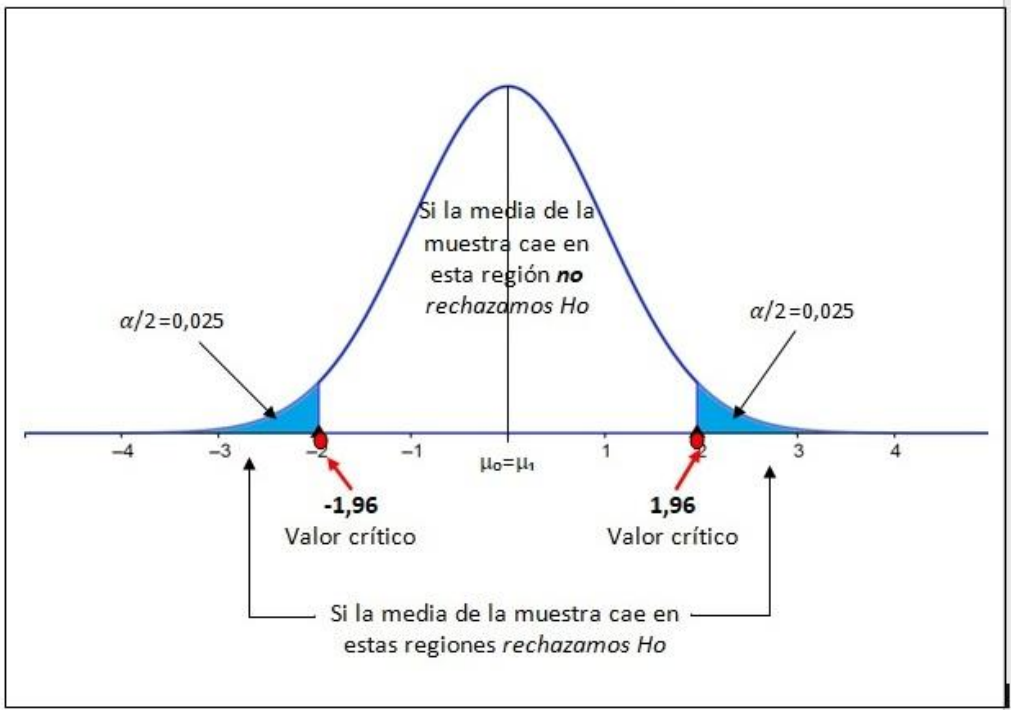
Ejemplo 1: prueba bilateral

$H_0: \mu_0 = \mu_1$

$H_1: \mu_0 \neq \mu_1$,

Significancia $\alpha = 0,0$

Figura 6: prueba de hipótesis de dos colas, que muestra las dos zonas de rechazo de H_0



Fuente: elaboración propia

Descripción de la figura 6: En el gráfico se muestra la región de rechazo y no rechazo de H_0 , además se muestran los valores críticos determinados por α . Observa que en cada cola queda una probabilidad de $\alpha/2 = 0,025$ por tal motivo los valores críticos son $\pm 1,96$.

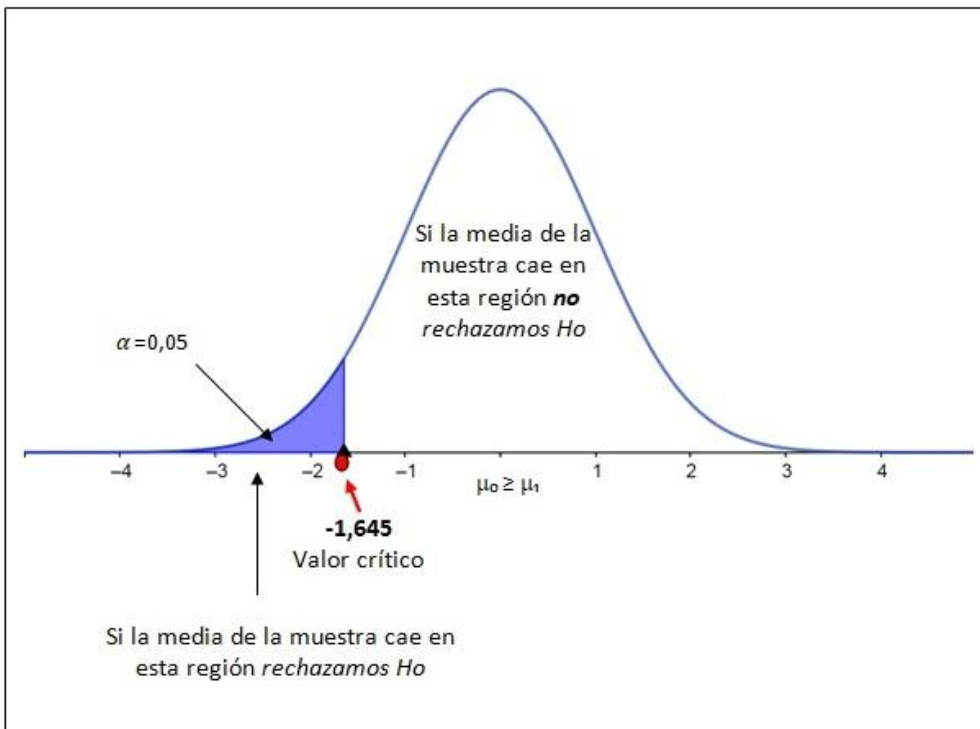
Ejemplo 2: prueba unilateral izquierda

$H_0: \mu_0 \geq \mu_1$

$H_1: \mu_0 < \mu_1$

Significancia $\alpha=0,05$

Figura 7: prueba de hipótesis de cola izquierda, que muestra la zona de rechazo de H_0



Fuente: elaboración propia

Descripción de la figura 7: En el gráfico se muestra la región de rechazo y no rechazo de H_0 ; además, se muestra el valor crítico determinado por α . Observa que en la cola izquierda queda una probabilidad de $\alpha = 0,05$; por tal motivo, el valor crítico es $-1,645$.

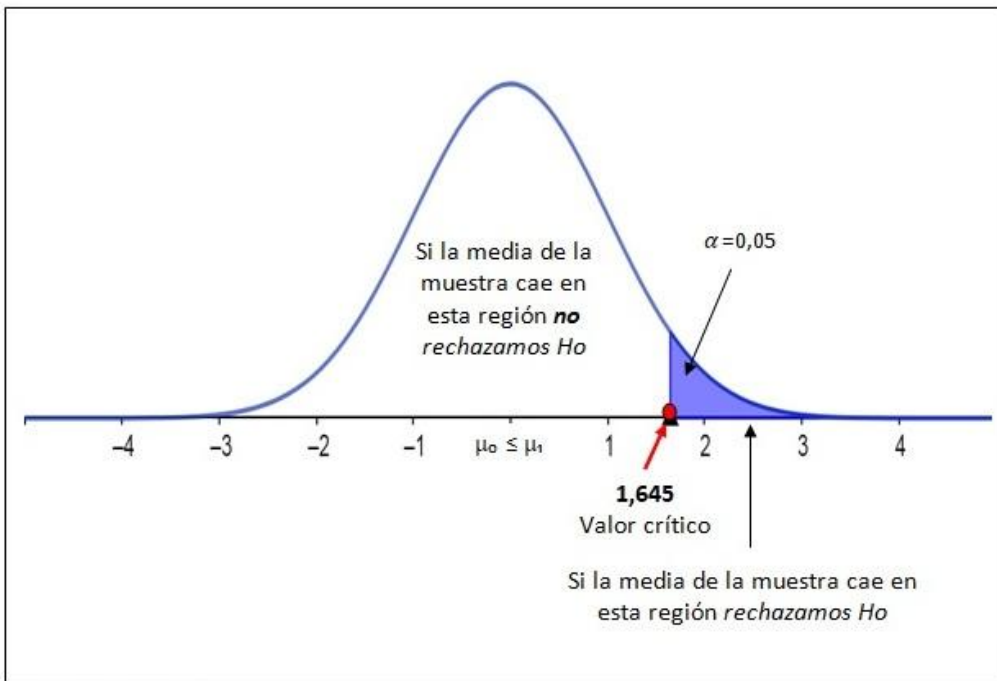
Ejemplo 3: prueba unilateral derecha

$H_0: \mu_0 \leq \mu_1$

$H_1: \mu_0 > \mu_1$

Significancia $\alpha=0,05$

Figura 8: prueba de hipótesis de cola derecha, que muestra la zona de rechazo de H_0



Fuente: elaboración propia

Descripción de la figura 8: en el gráfico se muestra la región de rechazo y no rechazo de H_0 ; además, se muestra el valor crítico determinado por α . Observa que en la cola derecha queda una probabilidad de $\alpha = 0,05$; por tal motivo, el valor crítico es 1,645.

Advertencia: no debe usar los resultados de la muestra para decidir entre usar una prueba de dos colas, de cola superior o de cola inferior. Antes de recolectar los datos, se determina la forma de la prueba a partir de lo que piensa o desea detectar el tomador de decisiones (Levin y Rubin, 2004, p. 330).

En una prueba de hipótesis con la hipótesis nula: $\mu_1 \geq \mu_0$, ¿dónde se ubica la zona de rechazo de H_0 ?

En el extremo inferior.

En el extremo superior.

Repartida entre ambos extremos.

No puede determinarse con la información disponible.

4. Resolución del caso de la campaña electoral

Ya hemos planteado anteriormente la hipótesis nula y la alternativa.

Nos queda interpretar el error tipo I y el error tipo II.

Error tipo I: se rechaza la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. En nuestro caso, es rechazar que la proporción de intención de voto para el intendente actual sea del 0,45 (45 %), cuando en realidad la proporción poblacional que votará al candidato es del 45 %.

Error tipo II: no rechazar que la proporción de intención de voto sea de 0,45 (45 %) siendo que esa no es la proporción correcta, es decir que la cantidad de los empadronados que votarán al candidato es mayor al 45 %.

Por otra parte, es una prueba unilateral a derecha.

Referencias

Levine, D. M.; Krehbiel, T. C. y Berenson, M. L. (2014). *Estadística para administración. 6ta edición.* México: Pearson.

Levin, R. y Rubin, D. (2004). *Estadística para administración y economía.* 7ma edición. México: Pearson.

Salvador, E. (2018) I. Error tipo I y II. II. Nivel de significancia. III. Intervalo de confianza. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. Recuperado de <https://eliasnutri.files.wordpress.com/2018/10/clase-6-error.pdf>

